数学Ⅲ　ヤマシート　Ｎｏ．５－４Ｂ　<弦の中点は**「解と係数の関係」**、弦の長さは工夫をしよう！まともに攻めると・・・>　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　）

<到達目標>　自分の習得状況を定期的にチェックせよ。

- ☐ 1　解と係数の関係を用いて、弦の中点の x 座標を求めることができる
- ☐ 2　$(\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$、直線の傾き、三平方の定理を利用して、弦の長さを求めることができる
- ☐ 3　楕円の弦の中点の軌跡を求めることができる

<弦の中点の座標は、**「解と係数の関係」**、

弦の長さは、**「対称式」**、**「直線の傾き」**と**「三平方の定理」**を上手に利用して求めよう！！>

$\boxed{1}$　次の問いに答えよ。

(1)　直線 $y=-3x+1$ …… ① が楕円 $4x^2+y^2=4$ …… ② によって切り取られる弦の中点の座標および弦の長さ l を求めよ。

(2)　直線 $y=2x+4$ …… ① が双曲線 $x^2-y^2=1$ …… ② によって切り取られる弦の中点の座標および弦の長さ l を求めよ。

(3)　楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ …… ① と，直線 $y=x+a$ …… ② が異なる 2 点 P，Q で交わるような実数 a のとりうる値の範囲を求めよ。また，$\mathrm{PQ}=\sqrt{2}$ となるときの a の値を求めよ。

$\boxed{2}$　楕円 $x^2+2y^2=1$ と直線 $y=x+k$ が異なる 2 点 A，B で交わるとする。

(1)　定数 k のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　線分 AB の中点 M の軌跡を求めよ。

解答

$\boxed{1}$ (1) $\left(\dfrac{3}{13},\ \dfrac{4}{13}\right)$，$\dfrac{8\sqrt{30}}{13}$　(2) $\left(-\dfrac{8}{3},\ -\dfrac{4}{3}\right)$，$\dfrac{2\sqrt{65}}{3}$　(3) $-\sqrt{5}<a<\sqrt{5}$，$a=\pm\dfrac{\sqrt{55}}{4}$

$\boxed{2}$ (1) $-\dfrac{\sqrt{6}}{2}<k<\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　(2) $y=-\dfrac{1}{2}x$ の $-\dfrac{\sqrt{6}}{3}<x<\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ の部分